

ENSINO MÉDIO

PROBLEMA COM A MATEMÁTICA? SOLUÇÃO...



Capítulo 1:

Gráficos de Retas

Introdução

Na geometria Euclidiana plana, dois pontos determinam uma linha reta, assim como o segmento de reta que conecta estes pontos.

Na geometria analítica, a equação de uma reta pode ser dada por qualquer das formas a seguir.

Forma	Equação	Detalhes
Dois pontos	$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	onde os dois pontos são (x_1, y_1) e (x_2, y_2)
Ponto-Inclinação	$y - y_1 = m (x - x_1)$	onde $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ é a inclinação da reta
Inclinação- Coeficiente Linear	$y = m x + b$ $A x + B y = C$	onde m é a inclinação, e b , a interseção com o eixo y

Tabela 1.0.1 Fórmulas para a equação da reta

A geometria analítica também fornece expressões para as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta, para o comprimento deste segmento, assim como a equação da bissetriz perpendicular do segmento.

Além disso, este capítulo explora como obter as coordenadas da interseção entre duas retas e como encontrar a distância entre duas retas paralelas.

▼ Índice de Termos

Os seguintes termos, neste capítulo, têm conexão com o Dicionário do Maple; para mais informações vá em [Dicionário Matemático](#).

geometria analítica

bissetor

plano Cartesiano

coordenada

Regra de Cramer

geometria Euclidiana

intercepta

comprimento

reta

segmento de reta

matriz

ponto médio

negativo

paralelo

perpendicular

recíproco

inclinação

transversal

▼ Problemas Típicos

1.1. No plano cartesiano, os dois pontos $(1, 2)$ e $(4, 7)$ determinam um segmento de reta. Para este segmento, encontrar:

- a) o comprimento ;
- b) o ponto médio ;
- c) a declividade ;
- d) a equação ;
- e) a equação da bissetriz perpendicular .

1.2. Calcular as coordenadas do ponto de interseção entre as retas $2x - 3y = 5$, $4x + 7y = 9$.

1.3. Encontrar a distância entre as retas paralelas cujas equações são $3x + 4y = 7$ e $3x + 4y = 10$.

▼ Inicializações do Maple

Antes de acessar a versão do Maple para as soluções do problemas típicos apresentados acima, inicialize o Maple apertando o botão à direita.

Inic...

Soluções

Problema 1.1

1.1 - Solução Matemática

No Plano Cartesiano, os dois pontos $(1, 2)$ e $(4, 7)$ determinam um segmento de reta.

1.1 (a) - Comprimento do Segmento de Reta

O comprimento deste segmento de reta é calculado através da fórmula da distância

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Tomando-se $(x_1, y_1) = (1, 2)$ e $(x_2, y_2) = (4, 7)$, a distância entre as extremidades, ou seja:

$$d = \sqrt{(1 - 4)^2 + (2 - 7)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

é o comprimento do segmento de reta.

1.1 (b) - Ponto Médio do Segmento de Reta

O ponto médio do segmento é o ponto cujas coordenadas são

$$(x_m, y_m) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Novamente tomando $(x_1, y_1) = (1, 2)$ e $(x_2, y_2) = (4, 7)$, o ponto médio será

$$(x_m, y_m) = \left(\frac{1 + 4}{2}, \frac{2 + 7}{2} \right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

1.1 (c) - Inclinação do Segmento de Reta

A inclinação do segmento de reta que une os pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) é dada por

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Portanto, a inclinação do segmento que une os pontos $(x_1, y_1) = (1, 2)$ e $(x_2, y_2) = (4, 7)$ é

$$m = \frac{7-2}{4-1} = \frac{5}{3}$$

1.1 (d) - Equação da Reta

A equação da reta que passa pelos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) pode ser encontrada por meio da equação da reta que passa por dois pontos, ou seja,

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Esta é equivalente à equação da forma ponto-inclinação da reta, ou seja,

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

ou, ainda,

$$y = m (x - x_1) + y_1$$

Como a declividade $m = \frac{5}{3}$ foi calculada na Parte (c), a equação da reta que une os pontos $(x_1, y_1) = (1, 2)$ e $(x_2, y_2) = (4, 7)$ é, então

$$y = \frac{5}{3} (x - 1) + 2$$

ou

$$y = \frac{5}{3} x - \frac{5}{3} + 2 = \frac{5}{3} x + \frac{1}{3}$$

1.1 (e) - Equação da Bissetriz Perpendicular

A equação da bissetriz perpendicular do segmento de reta que une os pontos $(x_1, y_1) = (1, 2)$ e $(x_2, y_2) = (4, 7)$ é encontrada ao aplicar-se a equação da reta da forma ponto-inclinação ao ponto médio do segmento. O ponto médio foi encontrado na Parte (b), dado por:

$$(x_m, y_m) = \left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

A inclinação deste segmento foi encontrada na Parte (c) como $m = \frac{5}{3}$. Portanto, a

inclinação da reta perpendicular a este segmento é o recíproco negativo de $\frac{5}{3}$, isto é, $-\frac{3}{5}$.

Desta maneira, a equação desejada é:

$$y = -\frac{3}{5} \left(x - \frac{5}{2} \right) + \frac{9}{2}$$

ou

$$y = -\frac{3}{5} x + \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = -\frac{3}{5} x + 6$$

1.1 - Solução via Maplet

A equação da reta que passa pelos dois pontos (1, 2) e (4, 7) pode ser encontrada pelo Tutorial **Retas** do Maple. Uma figura deste maplet está ao na Figura 1.1.1.

Neste tutorial, escolha o botão de seleção **Dois Pontos** e insira os dois pontos dados. A seguir, clique no botão **Exibir**. O tutorial fornecerá então a equação da reta de duas formas mostradas na Tabela 1.1.1 e desenha o gráfico da reta.

Forma	Equação
Inclinação-interceptação	$y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$
Geral	$-5x + 3y = 1$

Tabela 1.1.1 Equações dadas pelo Tutorial Retas

Para iniciar o **Tutorial Retas**, deve-se selecionar "Retas" no menu Ferramentas/Tutores/Pré-Cálculo. Alternativamente, pode-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Retas](#).

O comprimento, o ponto médio, a inclinação e a equação da bissetriz perpendicular deste segmento de reta são obtidos com o [Tutorial Retas #2](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 1.1.2.

As coordenadas dos pontos (1, 2) e (4, 7) são inseridas nos campo de dados para A: (x_1, y_1) e B: (x_2, y_2) . Os botões **Comprimento**, **Ponto Médio**, **Inclinação** e **Bissetriz Perpendicular** geram, respectivamente, o comprimento, o ponto médio, a inclinação e a bissetriz perpendicular do segmento determinado pelos pontos A e B.

Para iniciar o **Tutorial Retas #2**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Retas #2](#).

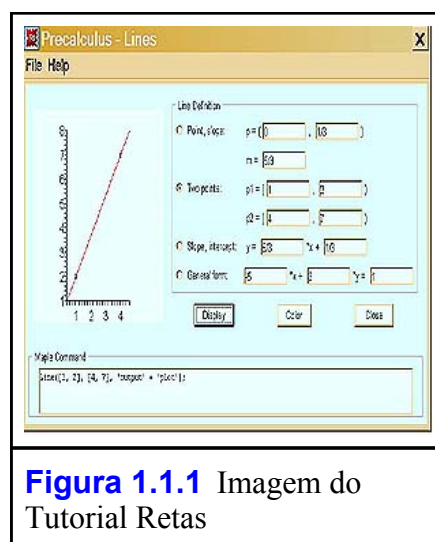


Figura 1.1.1 Imagem do Tutorial Retas

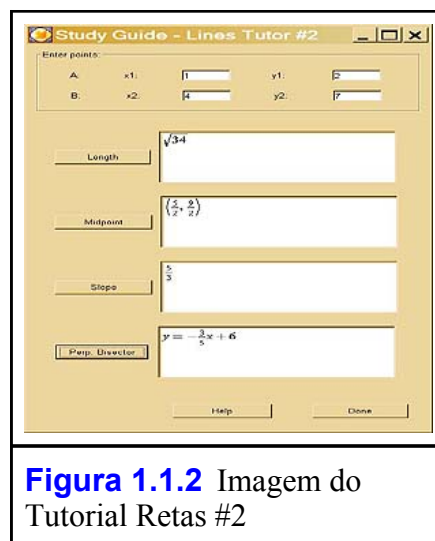


Figura 1.1.2 Imagem do Tutorial Retas #2

1.1 - Solução Interativa

Insira os dados	
- Insira o primeiro ponto como uma lista do Maple. - Menu de Contexto: Associar a um Nome>A	$[1, 2] \xrightarrow{\text{associar a um nome}} [1, 2]$
- Insira o primeiro ponto como uma lista do Maple. - Menu de Contexto: Associar a um Nome>B	$[4, 7] \xrightarrow{\text{associar a um nome}} [4, 7]$
Parte (a) - Comprimento de um Segmento de Reta	
- Forme as diferenças $[x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ escrevendo $B - A$ - Menu de Contexto: Associe a um Nome>d	$B - A \xrightarrow{\text{associar a um nome}} [3, 5]$
- Calcule $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ escrevendo $\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$. - Pressione Enter	$\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ $\sqrt{34}$ (1)
Parte (b) - Ponto Médio de um Segmento de Reta	
- Obtenha o ponto médio $\left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right]$ escrevendo $\frac{(A + B)}{2}$. - Menu de Contexto: Associe a um Nome>MP	$\frac{(A + B)}{2} \xrightarrow{\text{associar a um nome}} \left[\frac{5}{2}, \frac{9}{2} \right]$ $\left[\frac{5}{2}, \frac{9}{2} \right]$ (2)
Parte (c) - Inclinação de um Segmento de Reta	
- Obtenha a inclinação $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ escrevendo $\frac{d_2}{d_1}$ - Menu de Contexto: Associe a um Nome>m	$\frac{d_2}{d_1} \xrightarrow{\text{associar a um nome}} \frac{5}{3}$ $\frac{5}{3}$ (3)

Parte (d) - Equação da Reta

- Fazendo referência a x_1 como A_1 , e y_1 como A_2 , implemente a forma ponto-inclinação da reta

$$y = m (x - x_1) + y_1$$

$$y = m (x - A_1) + A_2$$

$$y = \frac{5}{3} x + \frac{1}{3} \quad (4)$$

Parte (e) - Equação da Bissetriz Perpendicular

- Fazendo referência às coordenadas x e y do ponto médio como MP_1 e MP_2 , respectivamente, implemente a forma ponto-inclinação da reta

$$y = m_{\perp} (x - x_1) + y_1$$
 onde $m_{\perp}$ é a inclinação da reta ortogonal à reta na Parte (d).

$$y = -\frac{1}{m} (x - MP_1) + MP_2$$

$$y = -\frac{3}{5} x + 6 \quad (5)$$

1.1 - Solução via Comandos do Maple

- Tenha certeza de ter inicializado a folha de trabalho pressionando o botão Inicializar na seção Inicialização.
- Insira os dados.

$$> A, B := [1, 2], [4, 7]$$

$$A, B := [1, 2], [4, 7] \quad (6)$$

(a) Comprimento do segmento de reta AB

$$> Distance(A, B)$$

$$\sqrt{34} \quad (7)$$

(b) Ponto médio do segmento AB

$$> MP := Midpoint(A, B)$$

$$MP := \left[\frac{5}{2}, \frac{9}{2} \right] \quad (8)$$

(c) Inclinação do segmento AB

$$> m := Slope(A, B)$$

$$m := \frac{5}{3} \quad (9)$$

(d) Equação da reta que passa por A e B

$$> Line(A, B)[1]$$

$$y = \frac{5}{3} x + \frac{1}{3} \quad (10)$$

(e) Equação da bissetriz perpendicular do segmento AB

$$> \text{Line}\left(-\frac{1}{m}, MP\right)[1]$$
$$y = -\frac{3}{5}x + 6 \quad (11)$$

Problema 1.2

1.2 - Solução Matemática

Vários métodos estão disponíveis para calcular as coordenadas do ponto de interseção das retas

$$2x - 3y = 5, 4x + 7y = 9$$

A Figura 1.2.1 nos dá uma estimativa gráfica das coordenadas da interseção entre os gráficos destas retas. Esta é uma solução aproximada destas equações.

Outros métodos incluem eliminação, substituição e a regra de Cramer.

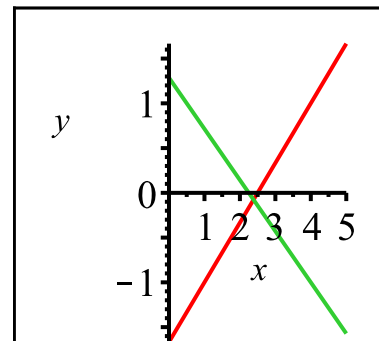


Figura 1.2.1 Gráfico das retas $2x - 3y = 5$ e $4x + 7y = 9$

O Método da Eliminação

Resolva cada equação para a mesma variável, e iguale os resultados. Por exemplo, resolvendo cada equação para y , e igualando os resultados, iremos à nova equação:

$$\frac{5 - 2x}{-3} = \frac{9 - 4x}{7}$$

Multiplicando esta equação por ambos 7 e -3 leva a:

$$35 - 14x = 12x - 27$$

e então a:

$$62 = 26x$$

$$\text{Disto, } x = \frac{62}{26} = \frac{31}{13} \text{ então } y = \frac{5 - 2\left(\frac{31}{13}\right)}{-3} = \frac{65 - 62}{-39} = -\frac{1}{13}$$

O Método da Substituição

Resolva uma equação de uma de suas variáveis e substitua na outra equação. Por exemplo, resolvendo a primeira equação para y leva a:

$$y = \frac{5 - 2x}{-3}$$

Substituição desta relação na segunda equação nos dá:

$$4x + 7 \left(\frac{5 - 2x}{-3} \right) = 9$$

simplificando, temos:

$$-12x + 35 - 14x = -27$$

e

$$62 = 26x$$

$$\text{Então, } x = \frac{62}{26} = \frac{31}{13}, \text{ e } y = \frac{5 - 2 \left(\frac{31}{13} \right)}{-3} = \frac{65 - 62}{-39} = -\frac{1}{13}$$

Regra de Cramer

$\left. \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y = c_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = c_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$	$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$
Tabela 1.2.1 Regra de Cramer	

A regra de Cramer dá a solução das equações:

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y &= c_1 \\ a_{21}x + a_{22}y &= c_2 \end{aligned}$$

como as razões:

$$x = \frac{m_x}{d}$$

$$y = \frac{m_y}{d}$$

onde m_x , m_y e d são os determinantes, respectivamente, das matrizes

$$M_x = \begin{bmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{bmatrix}, M_y = \begin{bmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Como o determinante da matriz

$$\begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix}$$

é

$$PS - QR$$

a solução das equações, usando a regra de Cramer, requer o cálculo dos determinantes das matrizes

$$M_x = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}, M_y = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

Os determinantes são:

$$m_x = 35 - (-3) \cdot 9 = 62$$

$$m_y = 18 - 20 = -2$$

$$d = 14 - (-3) \cdot 4 = 26$$

Portanto, a solução destas equações é:

$$x = \frac{62}{26} = \frac{31}{13}$$

$$y = -\frac{2}{26} = -\frac{1}{13}$$

Estes cálculos estão resumidos nas Tabelas 1.2.1 e 1.2.2.



$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y = c_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = c_2 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

Tabela 1.2.1 Regra de Cramer

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 9 & 7 \\ 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{62}{26} = \frac{31}{13} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \\ 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{-2}{26} = -\frac{1}{13}$$

Tabela 1.2.2 Regra de Cramer aplicada ao Problema 1.2

▼ 1.2 - Solução via Maplet

Dadas as equações das retas

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ 4x + 7y = 9 \end{array}$$

as **coordenadas** do ponto de interseção, ou seja,

$$\left(\frac{31}{13}, -\frac{1}{13} \right),$$

podem ser obtidas com o auxílio do [Tutorial Retas #3](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 1.2.2.

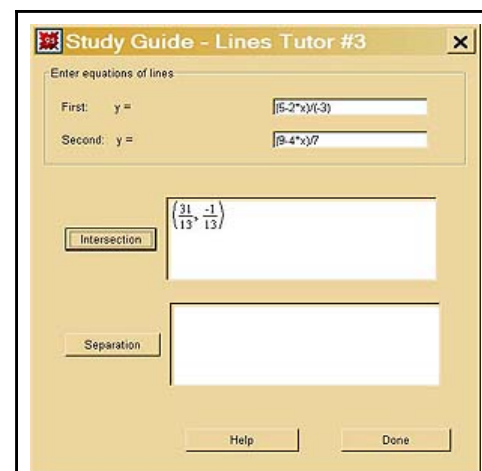


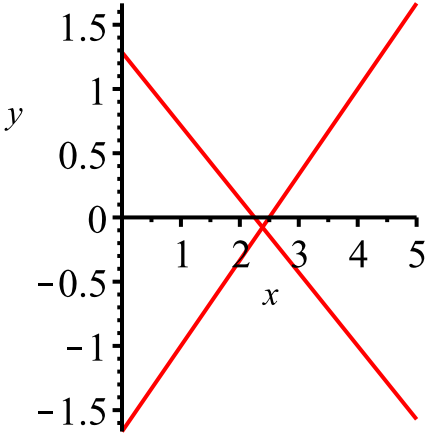
Figura 1.2.2 Imagem do Tutorial Retas #3

Para iniciar o **Tutorial Retas #3**, deve-se clicar sobre o link: [Tutorial Retas #3](#).

▼ 1.2 - Solução Interativa

Forme uma sequência de duas equações. Menu de Contexto: Resolver>Resolver	
Obtenha a Figura 1.2.1	
Forme uma sequência de duas equações. Menu de Contexto: Gráficos>Construtor de Gráficos	

▼ 1.2 - Solução Programática

Insira as duas equações.	$\begin{aligned} &> E_1 := 2x - 3y = 5; \\ &E_2 := 4x + 7y = 9 \\ &E_1 := 2x - 3y = 5 \\ &E_2 := 4x + 7y = 9 \end{aligned} \quad (12)$
Aplique o comando solve .	$\begin{aligned} &> \text{solve}(\{E_1, E_2\}, \{x, y\}) \\ &\quad \left\{x = \frac{31}{13}, y = -\frac{1}{13}\right\} \end{aligned} \quad (13)$
Obtenha a Figura 1.2.1.	$\begin{aligned} &> \text{implicitplot}([E_1, E_2], x=0..5, y=-5 \\ &\quad \quad \quad ..5) \end{aligned}$ 

▼ Problema 1.3

▼ 1.3 - Solução Matemática

A distância entre as retas paralelas cujas equações são $3x + 4y = 7$ e $3x + 4y = 10$ pode ser calculada como o comprimento de uma perpendicular transversal a ambas as retas. Esta transversal pode ser construída em qualquer ponto em uma das retas selecionando um ponto arbitrário na primeira reta, encontrando a equação da perpendicular através deste ponto, e então encontrando a transversal com a segunda linha. O comprimento do segmento entre os pontos nas duas retas é então a distância entre as retas paralelas. Veja Figura 1.3.1.

Suponha que o ponto $(1, 1)$ é selecionado na primeira reta cuja inclinação é $m = -\frac{3}{4}$. A equação da perpendicular entre $(1, 1)$ é:

$$y = \frac{4}{3}(x - 1) + 1 = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$$

A interseção desta reta com a segunda reta é encontrada pelo método da substituição, que nos dá:

$$3x + \frac{4(4x - 1)}{3} = 10$$

ou

$$\frac{25}{3}x = \frac{34}{3}$$

então

$$x = \frac{34}{25}$$

e

$$y = \frac{4}{3} \frac{34}{25} - \frac{1}{3} = \frac{37}{25}$$

O comprimento do segmento conectando os pontos $(1, 1)$ e $\left(\frac{34}{25}, \frac{37}{25}\right)$ é então:

$$\sqrt{\left(1 - \frac{34}{25}\right)^2 + \left(1 - \frac{37}{25}\right)^2} = \frac{\sqrt{81 + 144}}{25} = \frac{\sqrt{225}}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

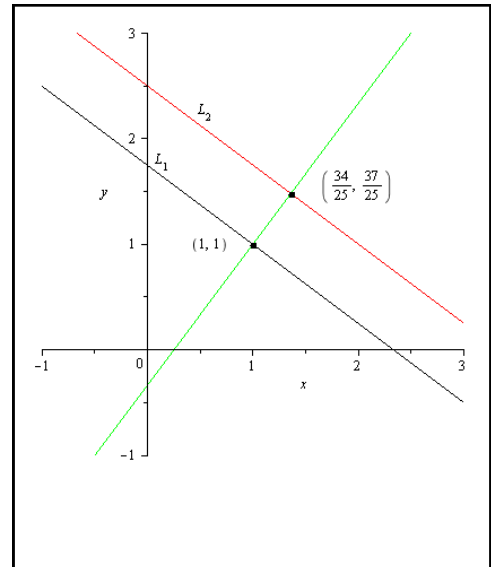


Figura 1.3.1 Gráfico das retas paralelas cortadas por uma transversal perpendicular

▼ 1.3 - Solução via Maplet

Para encontrar a distância entre duas retas paralelas cujas equações são:

$$3x + 4y = 7 \text{ e } 3x + 4y = 10$$

use [Tutorial Retas #3](#).

Ao clicar sobre este link, é iniciado o tutorial contendo a solução do problema, como mostra a Figura 1.3.2.

Para usar este tutorial, deve-se escrever as retas na forma $y = \dots$, inserindo apenas o lado direito destas equações e pressionando-se em seguida o botão **Separação** para obter-se o resultado desejado, ou seja, $\frac{3}{5}$, tanto na forma exata como em ponto flutuante.

Note que, se o botão **Interseção** for pressionado, a mensagem retornada indica que as retas são paralelas e, portanto, não se interceptam.

Para iniciar o **Tutorial Retas #3**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Retas #3](#).

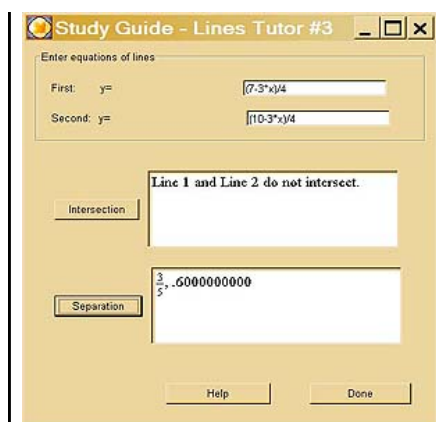


Figura 1.3.2 Imagem do Tutorial Retas #3

▼ 1.3 - Solução Interativa

• Insira a expressão para a primeira reta. • Menu de Contexto: Resolver>Isole Expressão para y	
No ponto $(x_1, y_1) = (1, 1)$, obtenha a equação da reta perpendicular à primeira reta.	
• Implemente a equação ponto-inclinação $y = m(x - x_1) + y_1$, onde m é a recíproca negativa da primeira reta.	
• Escreva a equação da segunda reta, escreva um parênteses, e coloque um rótulo na equação com o comando Control L para formar uma sequência de duas equações. • Menu de Contexto: Resolver>Resolver	
Obtenha o comprimento do segmento de reta entre o ponto $(1, 1)$ e a interseção da transversal com a segunda reta.	
Ferramentas>Tarefas>Pesquisar: Álgebra>Distância entre Dois Pontos	
Distância entre Dois Pontos Reais	

Insira os pontos como [listas](#):

Ponto 1:

Ponto 2:

Distância

=

Simplifique

Forma de Ponto Flutuante

Limpar

▼ 1.3 - Solução via Comandos do Maple

Esteja certo de que o botão "Inicializar" na seção de inicialização foi pressionado. Então, insira as equações das retas dadas.	> $L_1 := 3x + 4y = 7;$ $L_2 := 3x + 4y = 10$ $L_1 := 3x + 4y = 7$ $L_2 := 3x + 4y = 10$ (14)
Obtenha a inclinação comum destas retas escrevendo a primeira reta na forma $y = mx + b$.	> $Y_1 := \text{solve}(L_1, y)$ $Y_1 := \frac{7}{4} - \frac{3}{4}x$ (15)
O coeficiente de x é a inclinação, m.	> $m := \text{coeff}(Y_1, x)$

	$m := -\frac{3}{4}$	(16)
No ponto $(1, 1)$ na primeira reta, obtenha a equação da reta perpendicular a qualquer reta com inclinação m .	$> L_3 := \text{Line}\left(-\frac{1}{m}, [1, 1]\right)[1]$ $L_3 := y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$	(17)
Obtenha a interseção da segunda reta com a transversal já construída.	$> Q := \text{solve}(\{L_2, L_3\})$ $Q := \left\{x = \frac{34}{25}, y = \frac{37}{25}\right\}$	(18)
Escreva a interseção como um "ponto".	$> P := \text{eval}([x, y], Q)$ $P := \left[\frac{34}{25}, \frac{37}{25}\right]$	(19)
Calcule a distância entre $(1, 1)$ na primeira reta com o ponto P na interseção com a transversal e a segunda reta.	$> \text{Distance}(P, [1, 1])$ $\frac{3}{5}$	(20)

Exercícios - Capítulo 1

1.1. No plano cartesiano, os dois pontos $(6, -5)$ e $(-3, 8)$ determinam um segmento de reta. Para este segmento, encontrar:

- (a) o comprimento;
- (b) o ponto médio;
- (c) a inclinação;
- (d) a equação;
- (e) a equação da bissetriz perpendicular.

1.2. Calcular as coordenadas do ponto de interseção das retas:

$$6x + 11y = 13, 5x - 9y = 1.$$

1.3. Encontrar a distância entre as retas paralelas cujas equações são $7x - 11y = 2$ e $7x - 11y = 12$.

1.4. Encontrar a distância entre as retas paralelas cujas equações são $2x + 3y = 5$ e $6y = 21 - 4x$.

1.5. Na reta cuja equação é $5x + 7y = 11$, encontrar as coordenadas dos pontos que se encontram a 9 unidades do ponto cuja coordenada x é igual a 1. Dica: Resolver a equação

$$9 = \sqrt{(a - 1)^2 + (y(a) - y(1))^2} \text{ para } a.$$

1.6. Encontrar as equações das retas paralelas e a 5 unidades de distância da reta cuja equação é $5x - 3y = 4$. Dica: Em qualquer ponto da reta dada, encontrar a equação de uma reta perpendicular; em seguida, usar o Exercício 1.5.

1.7. No plano cartesiano, os três pontos $(1, 2)$, $(7, 5)$ e $(3, 10)$ são vértices do triângulo. Encontrar as coordenadas da interseção das medianas deste triângulo. Dica: Uma mediana no triângulo é uma reta que conecta um vértice ao ponto médio do lado oposto àquele vértice. Um teorema na geometria plana afirma que as medianas de um triângulo interceptam-se em um único ponto chamado centróide do triângulo.

1.8. Encontrar a equação da reta paralela que se encontra no meio das retas paralelas cujas equações são $x + y = 1$ e $x + y = 9$.

1.9. Encontrar as coordenadas dos pontos que dividem em três partes iguais um segmento de reta cujas extremidades são $(3, -4)$ e $(13, 12)$.

1.10. Encontrar as equações das retas paralelas que se encontram a um terço e a dois terços de distância das retas paralelas cujas equações são dadas por $x + y = 1$ e $x + y = 9$.

